

NOTAS

COMUNICACIONES DIGITALES

DEFINICIONES

FUENTES DIGITALES

Son aquellas que producen un conjunto finito de mensajes posibles.

FUENTES ANALÓGICAS

Son aquellas que producen mensajes que están definidos en un espacio continuo, es decir, infinitos mensajes distintos.

FORMA DE ONDA DIGITAL

Función en el tiempo que solo puede adoptar un conjunto discreto de valores de A, no solo un 0 o un 1.

FORMA DE ONDA ANALÓGICA

Función del tiempo que posee un rango continuo de valores.

Un sistema de comunicación posee señales tanto analógicas como digitales.

VENTAJAS Y DESVENTAJAS

- Circuito económico.
- Permite encriptación de datos.
- Posee un mayor rango dinámico.
- El ruido no se acumula en cada repetidor.
- Mayor inmunidad al ruido del canal.
- Errores se corrigen con codificación, pero utilizan un mayor ancho de banda.

FORMAS DE ONDA

DETERMINÍSTICA

Corresponde a una función en el tiempo totalmente especificada.

Una forma de onda aleatoria no se puede especificar completamente como una función del tiempo y debe modelarse probabilísticamente.

SISTEMA DE COMUNICACIÓN

Los objetivos de un sistema de comunicación son el envío de información con el mayor deterioro posible y satisfacer las condiciones de diseño de ancho de banda, potencia y costo.

BER (BIT ERROR RATE)

Corresponde a la medida de la degradación digital.

La distribución internacional de frecuencias determina, el tipo de servicio, la modulación, la banda de frecuencias y la potencia máxima admisible.

PROPAGACIÓN SEGÚN LA FRECUENCIA

- PROPAGACIÓN TERRESTRE ÚNICAMENTE : (3Hz a 300KHz)
- PROPAGACIÓN TERRESTRE E IONOSFÉRICA: (300KHz a 30MHz)

- **PROPAGACIÓN LINEA DE VISTA (LOS):** (30MHz a 300GHz)
- **ATENUACIONES POR PRECIPITACIONES Y VAPOR DE AGUA:** (100GHz, 22.2GHz, 183 GHz)

ANTENAS

Para una radiación eficiente, la antena debe ser más larga que 1/10 de la longitud de onda.

Formulas:

LONGITUD DE ONDA:

$$\lambda = \frac{c}{F_c}$$

Donde $c = 3 \times 10^8$ m/s y F_c la frecuencia dada en el enunciado.

PROPAGACIÓN IONOSFÉRICA:

$$\eta = \sqrt{1 - \frac{81 - N}{f^2}}$$

Donde n es el índice de refracción, N es la cantidad de electrones libres por medio cubico y f la frecuencia.

PROPAGACIÓN LOS

El radio de la tierra es de 8497 Km y la **distancia entre antenas** se calcula de la siguiente manera:

$$d = \sqrt{2 * r * h}$$

La distancia a la que puede llegar una señal depende también del transmisor y receptor.
El transmisor entrega una potencia al medio a través de la antena.

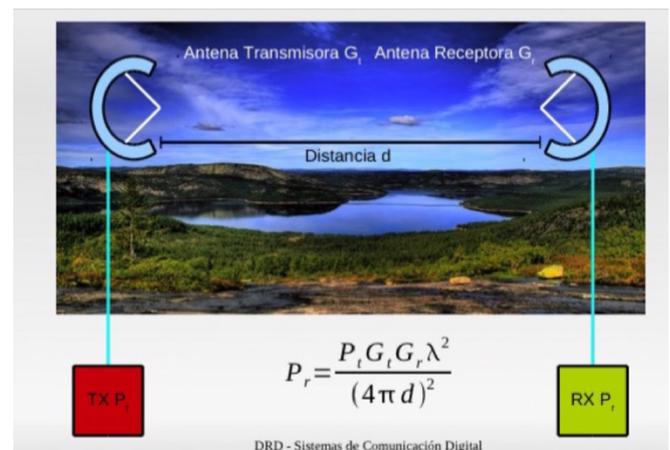
El receptor tiene una sensibilidad mínima, una señal con potencia menor no puede ser decodificada.

La señal se recibe con cierta potencia por encima del ruido para ser decodificada.

La distancia de la propagación LOS está limitada por la curvatura de la tierra.

Tamaño antena se relaciona con la λ de la señal a transmitir.

La potencia del transmisor y la sensibilidad del receptor definen el alcance de una señal LOS.



MEDICIÓN DE LA INFORMACIÓN

La información enviada a partir de una fuente digital para el mensaje j -ésimo.

$$I_j = \log_2 \frac{1}{p_j} \text{ bits}$$

Donde p_j es la probabilidad de transmitir este mensaje.

Cantidad información depende de la frecuencia de la aparición del mensaje.

- Mensaje menos frecuente, mas información.

- Mensaje más frecuente, menor información.
- Cantidad información depende de la probabilidad del mensaje no del contenido.

VELOCIDAD DE UNA FUENTE

$$R = \frac{H}{T} \text{ bits/s}$$

Donde H es la información promedio y T es el tiempo de envío del mensaje.

La medida de la información para un mensaje depende de la probabilidad de aparición del mensaje.

ENTROPIA

Sumatoria del producto de la información por mensaje por su probabilidad.

CAPACIDAD DE UN CANAL

Un sistema óptimo de comunicación debe minimizar el BER de salida del sistema y estar sujeto a las restricciones de energía de transmisión y ancho de banda del canal.

SHANNON

La capacidad de un canal se representa mediante la letra C.

Si la velocidad de información es menor a la capacidad de un canal la probabilidad de error será cercano a 0.

$$C = B * \log_2 \left(1 + \frac{S}{N} \right)$$

Donde B es el ancho de banda en Hz y S/N la relación señal a ruido en veces a la entrada del receptor.

MEDIDA DE EFICIENCIA

$$n = \frac{R}{C}$$

Donde R es el rate de señalización y C la capacidad de un canal.

La ecuación de Shannon permite comparar la eficiencia de distintos tipos de modulaciones.

La capacidad máxima teórica de un canal depende del ancho de banda disponible y la relación señal a ruido.

Eficiencia indica cuanto se ocupa del canal con una modulación determinada.

CODIFICACIÓN

Si ocurren errores en un canal se pueden reducir usando las siguientes técnicas:

- ARQ (REPETICIÓN):

Mandarle un ACK, Automatic Repeat Request, se detecta un error y se pide retransmitir.

- FEC (CORRECCIÓN DE ERRORES DIRECTA):

Se usa para detectar y corregir errores, Forward Error Correction, se le da recursos al receptor para corregir el error.

Se concentra a nivel de bits para minimizar la probabilidad de error de bits.

Se agrega redundancia para que los errores sean detectables y poder corregir al máximo posible.

Mejorar la señal respecto del ruido, baja la probabilidad de equivocación de bits.

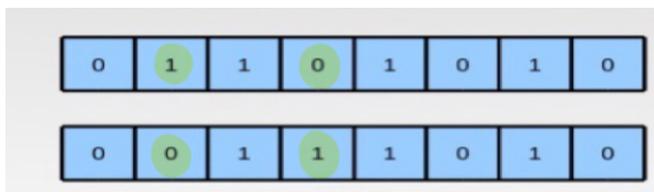
Mientras más potencia, el receptor entiende el mensaje.

Mientras más bits, el receptor corrige el mensaje.

Para codificar un mensaje, se debe hacer lo siguiente:

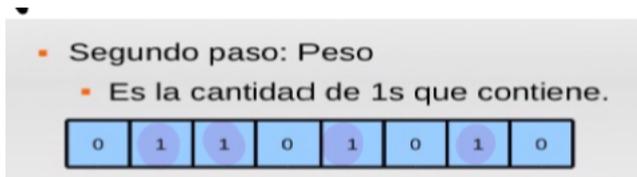
1º PASO : DISTANCIA DE HAMMING

Entre dos palabras de código, se ve en cuantos bits se diferencian.



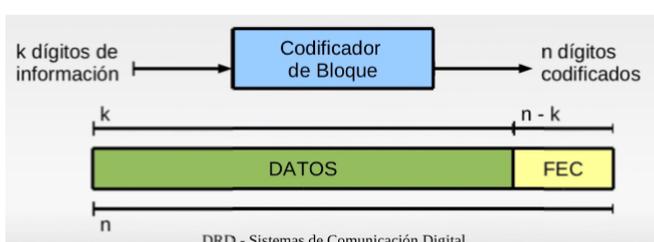
2º PASO: PESO

Entre dos palabras de código cuantos 1 se contiene.



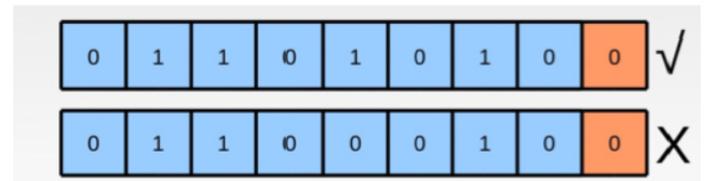
3º PASO: DEFINICIÓN DE CODIGO POR BLOQUE

Un código contiene una secuencia de K elementos de entrada en n elementos de salida. Agrega (n-k) elementos redundantes.



4º PARIDAD

Se agrega un bit , con ese bit se indica si se tiene una cantidad par o impar de 1s.



Matriz H ayuda a codificar y decodificar.

PROBABILIDAD DE ERROR

Cada elemento corresponde a un dígito en una palabra de n dígitos y se le asigna una probabilidad según corresponda.

Entonces si consideramos el caso general nos daría lo siguiente:

$$(P \text{ j errores}) = (Pe)^j * (1 - Pe)^{n-j} * Cj^n$$

$$Cj^n = \frac{n!}{j! * (n - j)!}$$

En donde,

Pe es la probabilidad de error de 1 bit.

R' es la cantidad de errores.

n es la longitud del bloque de código.

Un ejemplo de esto es el siguiente:

Ejemplo:

- La probabilidad de un error simple es 0.01, entonces la probabilidad de recibirlo correctamente es 0.99.
- Calcular la probabilidad de 0 a 2 errores que ocurran en una palabra de 10 dígitos.

Siendo todas las recepciones de bit independientes, la probabilidad de no tener errores en el bloque es:

$$(0.99)^{10} = 0.904382$$

0.99 0.99 0.99 0.99 0.99 0.99 0.99 0.99 0.99 0.99

TODOS CORRECTOS

- Probemos ahora con 1 solo error. El error está en el primer lugar. La probabilidad es 0.01 y la probabilidad de recibir al resto bien es de 0.99 cada uno (y hay 9):

$$P(1 \text{ error}) = (0.01)^1 (0.99)^9 \cdot {}^{10}C_1 = 0.091352$$

- ${}^{10}C_1 = 10$ es el número de combinaciones de 1 objeto de 10 objetos.

0.01 0.99 0.99 0.99 0.99 0.99 0.99 0.99 0.99 0.99

1 error

2 errores

DRED - Sistemas de Comunicación Digital 25

Codificación

- Para 2 errores:

$$P(2 \text{ errores}) = (0.01)^2 (0.99)^8 \cdot {}^{10}C_2 = 0.00415$$

- Entonces la probabilidad de 3 o más errores es:

$$1 - 0.904382 - 0.091352 - 0.00415 = 0.000116$$

- La probabilidad de j errores en el bloque se reduce rápidamente con j.

Codificación

- Si ocurre 1 solo error de bit, este puede ser corregido.
- En cambio, si no hay corrección, se pueden detectar dos errores.

Ejemplo:

DRED - Sistemas de Comunicación Digital 35

Mientras más largo sean los códigos, se pueden detectar y corregir más bits.

Se codifica mediante dos estrategias:

1. El vecino más cercano.
2. Máximo parecido.

Un código perfecto, elimina ambigüedades.

DECODIFICACION POR SINDROME

Se trata de buscar el vecino más cercano o más parecido.

Si el código crece es más difícil, por ende se crea una matriz de generación, la matriz G.

Se usan dos matrices la matriz de paridad (H) y la matriz de generación (G).

Para codificar se crea una tabla de síndrome.

El síndrome no depende de la cantidad de códigos sino de la secuencia de errores.

CODIGOS LINEALES

Contienen la palabra con todos ceros.

Al realizar la operación suma modulo-2 de 2 palabras da otra palabra del mismo código.

Los más usados generan polinomios.

Se implementan mediante shift registers.

Polinomios comunes: BCH y Reed-Solomon.

CAPACIDAD DE CORRECCIÓN DE ERRORES

Se define t como la max posibilidad de corregir todos los patrones de error de t o menos errores.

Distancia de Hamming:

$$T = \text{int} \left(\frac{D_{\text{min}} - 1}{2} \right)$$

Propongamos r una secuencia recibida cuando se transmite c , y e es el vector de ubicación de errores en la recepción:

$$r = c \oplus e$$

Al realizar esto vemos que si no hay errores, el síndrome va a ser 0.

Una tabla de síndrome se construye suponiendo que la palabra que se transmite es la palabra nula.

Para luego buscar todos los patrones de 1 bit de errores posibles asociados a esa palabra. Ya que en ese caso solo se puede corregir errores de 1 bit.

Un pequeño resumen:

1. Un código agrega redundancia para detectar y/o corregir errores en una secuencia de bits.
2. La distancia de Hamming mide el grado de similaridad entre dos secuencias de bit del mismo largo.
3. La matriz de corrección de error es generada a partir de las ecuaciones que corresponden a la implementación del código.

CODIGOS CICLICOS

Estos son códigos de grupo que no contiene la palabra nula (todos 0).

EJEMPLO: CODIGO DE HAMMING

Permiten códigos de corrección de mayor orden.

Se arman con registros de corrimiento y con compuertas XOR.

Se pueden representar como polinomios.

Las palabras son solo corrimientos de otras palabras.

La codificación se realiza multiplicando el vector de datos de un polinomio generador. Un ejemplo son los Reed-Solomon.

Trabaja sobre símbolos en lugar de bits.

En Telecomunicaciones, se denomina símbolo a cada uno de los eventos de señalización transmitidos. La unidad más pequeña de información digital.

CRC: CODIGOS DE REDUNDANCIA CICLICA

Se utilizan para detectar, más que para corregir errores en canales seriales.

Utilizan aritmética donde la suma y la resta son módulos, son XOR.

ACK por si esta bueno, sino no manda nada, así retransmite el paquete.

Un mensaje de K bits se puede representar como un polinomio de orden $k-1$.

PULSOS DE BANDA BASE

La modulación son aquellas técnicas que se aplican en el transporte de datos sobre ondas portadoras. Gracias a estas técnicas, es posible aprovechar el canal comunicativo de la mejor manera para transmitir un mayor caudal de datos de manera simultánea. La modulación contribuye a proteger la señal de interferencias y ruidos

MODULACION POR AMPLITUD DE PULSO (PAM):

Es una técnica de modulación de señales analógicas donde el desfase y la frecuencia de la señal quedan fijas y la amplitud es la que varía.

Convierte señales analógicas a un pulso.

La amplitud del pulso, representa la información analógica.

Existen dos tipos de PAM:

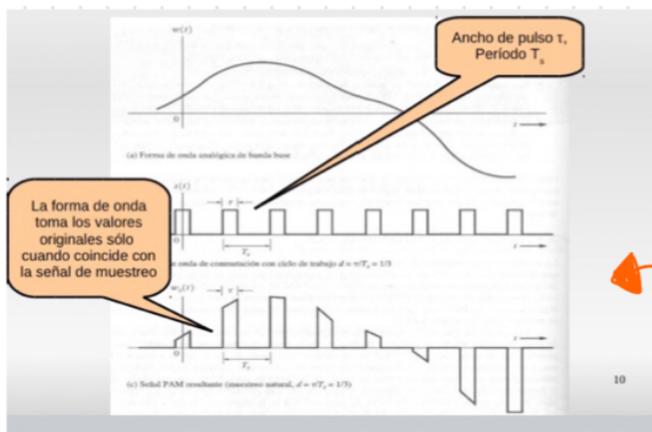
Por muestreo natural y por muestreo instantáneo.

POR MUESTREO NATURAL

Si $w(t)$ es una onda analógica limitada en banda de B Hz, la señal PAM es $ws(t) = w(t) * s(t)$ con $s(t)$ es una onda rectangular.

Para dicha onda rectangular, t es el tiempo, k es la muestra y T es el periodo de muestreo y τ el ancho de banda del pulso. Y $f_s = \frac{1}{T_s} \geq 2 * B$.

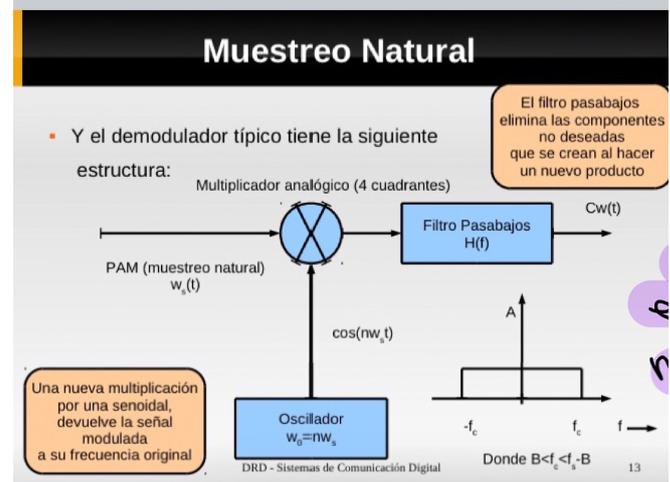
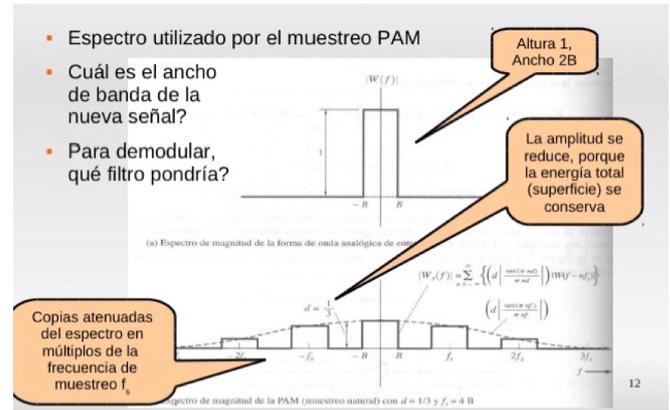
Si $s(t)$ es periódica se representa por una serie de Fourier.



MUESTREO NATURAL

El demodulador que se usa es el producto.

Se multiplica la señal por una senoidal de frecuencia.



POR MUESTREO INSTANTANEO

Se usa un circuito sample and hold.

Se puede convertir a pulsos mediante señalización plana con muestreo instantáneo.

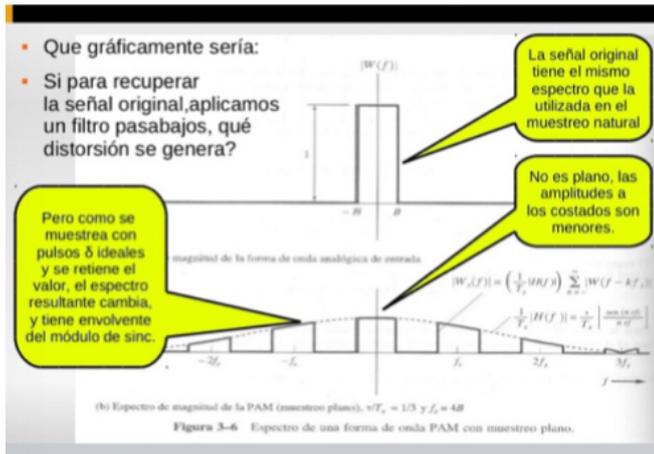
La distorsión de alta frecuencia se puede compensar.

Se usa un ecualizador con función de transferencia.

τ se denomina apertura, porque determina la ganancia de la señal recuperada.

Si reducimos el ancho del pulso, se necesita mayor ancho de banda, además de buena respuesta en magnitud y fase.

Ancho de banda ocupado > banda original



PEQUEÑO RESUMEN

Muestreo natural se realiza mediante pulsos de onda cuadrada y se recupera volviendo modulando con una senoidal y con un filtro pasa bajo.

Se utiliza para muestrear una señal.

El muestreo flat-flop se realiza mediante pulsos ideales con relación del valor muestreado para recuperar se filtra con pasabajo y se compensa atenuando en altas frecuencias.

MODULACION POR CODIFICACIÓN DE PULSOS (PCM):

Es una conversión A/D.

Las muestras de la señal analógica están representadas por palabras digitales conformando un flujo serial de bits.

Para n dígitos, existen $M=2^n$ palabras de codificación única y posibles, cada una responde a un único nivel de amplitud.

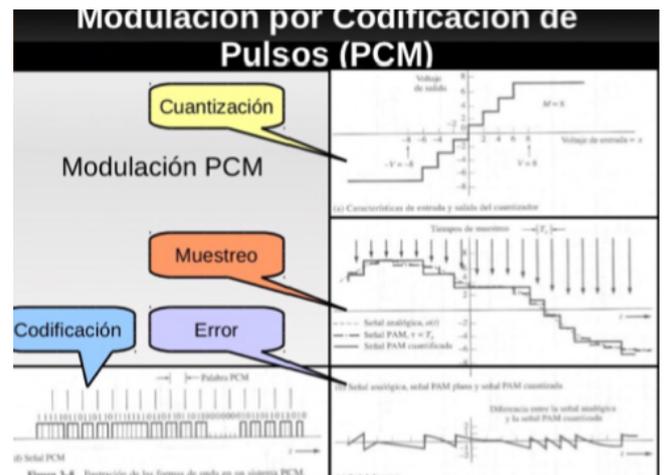
Cuantificación: Convertir un nivel analógico a un código, ya que la señal analógica toma valores infinitos.

Mejora el rendimiento de ruido, digital mas inmune al ruido que uno análogo.

Ancho de banda PCM > banda base

PCM surge de 3 operaciones básicas:

1. MUESTREO
2. CUANTIZACIÓN
3. CODIFICACIÓN



ANCHO DE BANDA PCM:

PCM función no lineal de la señal de entrada.

El espectro no se relaciona con la señal original.

Ancho de banda depende de la velocidad de bit y de la forma de onda para representar los datos.

BIT RATE: $R = n * f_s$

En donde n es el número de bits y f_s es la frecuencia de muestreo.

EFFECTOS DEL RUIDO:

Ruidos de cuantización

Errores de bits en la señal PCM recuperada culpa del ruido del canal o de un filtrado no adecuado (ISI).

La relación de la señal peak al promedio del ruido:

$$\frac{S}{N} \text{ PEAKSALIDA} = 3 * M^2$$

Relación promedio de la señal con respecto al promedio del ruido como:

$$\frac{S}{N} \text{ SALIDA} = M^2$$

Se debe considerar que la señal abarque todos los códigos del cuantizador.

Para señales débiles, SNR se debe calcular.

Existen **cuatro ruidos** a la salida del cuantizador:

1. RUIDO DE SOBRECARGA (SATURACION).
2. RUIDO ALEATORIO, DEBIDO AL RUIDO BLANCO MONTADO EN LA SEÑAL.
3. RUIDO GRANULAR, CUANDO LA SEÑAL TIENE UNA AMPLITUD CERCANA AL TAMAÑO DE UN PASO AL CUANTIZADOR.
4. RUIDO DE BUSQUEDA, DEBIDO A LA OSCILACION CUANDO NO HAY ENTRADA O CUANDO ESTA ES UNA DEL RUIDO DE CANAL DE REPOSO.

PEQUEÑO RESUMEN

La codificación PCM es resultado de 3 etapas: Muestreo, cuantificación y codificación.

El muestreo exige al menos el doble de la frecuencia máxima de la señal de entrada.

El ancho de banda a la salida del codificador esta dado por la cantidad de bits multiplicada por la frecuencia de muestreo.

El ruido de cuantización se suma al ruido en la señal original.

Cuantificación no uniforme

Se usan para adaptarse a las características de las señales a convertir, de manera de minimizar la pérdida de información.

Si queremos digitalizar una señal de 0.1V, el valor de amplitud del paso de cuantificación más pequeño generará un valor de ruido importante a la salida (ruido granular). En tal caso, para una misma cantidad de códigos, (osea, sin cambiar M), se usa cuantificación no uniforme. Los pasos se reducen para valores cercanos a cero y se aumentan para valores extremadamente grandes.

Ley μ

Se define con la siguiente función:

$$|w_2(t)| = \frac{\ln(1 + \mu |w_1(t)|)}{\ln(1 + \mu)}$$

Aquí la señal se normaliza a valores máximos de +/-1, y μ es una constante positiva. Para $\mu=0$, la relación se convierte en lineal, mientras que para otros valores de μ , la curva cambia según los gráficos anteriores.

En la práctica, se usa una curva por tramos:

- 16 pasos por cada segmento, a partir de un paso básico Δ .
- En la codificación se usa un bit de signo, 3 bits para el segmento y 4 bits para el paso.

Ley A

Se define con la siguiente función:

$$|w_2(t)| = \begin{cases} \frac{A \cdot \ln(1 + \mu |w_1(t)|)}{1 + \ln(A)}, & 0 \leq |w_1(t)| \leq \frac{1}{A} \\ \frac{1 + \ln(A \cdot |w_1(t)|)}{1 + \ln(A)}, & \frac{1}{A} \leq |w_1(t)| \leq 1 \end{cases}$$

El valor más típico de la ley A es 87.6, y se usan los dos primeros segmentos con pasos Δ simples, y a partir del tercer segmento se usan potencias de 2.

Cuando se comprime, hace falta también expandir para obtener la señal inicial. El dispositivo que hace ambas tareas se denomina compansor. Para ambos, se conserva la relación de 6 dB por bit utilizado.

$$\left\{ \frac{S}{N} \right\}_{dB} = 6.02n + \alpha$$

Usando

$$\alpha = 4.77 - 20 \log(V/x_{rms})$$

Siendo V el nivel máximo de tensión y X_{rms} el valor RMS de la señal de entrada. Esta relación V/X_{rms} se denomina factor de carga.

Y para valores suficientemente grandes de señal,

$$\alpha = 4.77 - 20 \log[\ln(1 + \mu)]$$

De la misma manera,

$$\alpha = 4.77 - 20 \log[1 + \ln(A)]$$

Señalización digital

Una vez digitalizada una señal, el tratamiento pasa por cómo generar una señal que pueda transmitir esa información, teniendo como ventaja la cantidad finita de valores posibles de salida, estos valores conservan toda la información que se quiere transmitir y permiten reconstruir la señal a la salida. El objetivo ahora es representar una forma de onda de manera matemática en múltiples dimensiones, para esto hace falta N dimensiones para describir una forma de onda.

Para una fuente binaria de un carácter ASCII, por ejemplo, la tecla X, el código es 0001101. N es 7, y $w_1=0$, $w_2=0$, $w_3=0$, $w_4=1$, $w_5=1$, $w_6=0$, $w_7=1$. Este mensaje se envía en un tiempo T_0 y N cantidad de dimensiones podemos calcular la velocidad en baudios (símbolos/segundo) como:

$$D = \frac{N}{T_0} \text{ [Baudios]}$$

Ahora la velocidad de bit, se calcula de la misma manera, solo que n es el número de bits enviados en un tiempo en segundos (T_0).

$$R = \frac{n}{T_0} \text{ [bits/s]}$$

- Cuando los w_k son binarios, $n=N$ y $w(t)$ es una señal binaria.
- Cuando los w_k tienen más de dos valores posibles, entonces $w(t)$ es una señal multinivel.

Una relación importante de capacidad de los sistemas de comunicación es el producto del ancho de banda por el intervalo de tiempo:

$$N = 2 * B * T_0$$

Con N la cantidad de muestras obtenidas en ese periodo.

Se usa esta ecuación para estimar el límite inferior de ancho de banda de las señales digitales:

$$B = \frac{D}{2} \text{ [Hz]}$$

El objetivo es reducir el uso del ancho de banda, ya que digitalizando hemos aumentado el ancho de banda utilizado respecto de la señal original.

Si se usa una señalización multinivel, la velocidad en baudios se calcula de la siguiente manera:

$$R = \ell * D \text{ [Bits/s]}$$

Existen dos problemas importantes que hay que resolver con una señal digital para recuperar los bits:

- Pérdida de sincronización.
- Consumo de energía.

Pero debemos intentar reducir el ancho de banda utilizado, tratando de maximizar la información transmitida, para esto utilizamos los **códigos de línea (es el formato de señalización con el que se presentan las señales PCM, se pueden clasificar, si éstos retornan a 0V a mitad de bit (RZ) o no (NRZ))**.

Las formas de onda para los códigos de línea pueden clasificarse aún más de acuerdo a la regla empleada para asignar niveles de voltaje para representar los datos binarios.

- **Unipolar:** Un nivel para el 1 binario (+A [V]) y para el 0 binario, el valor 0 [V], también llamada OOK.
- **Polar:** Los niveles binarios son niveles de tensión positivos y negativos iguales.
- **Bipolar:** El valor de 1 binario se representa por un valor alternado negativo y positivo. El 0 binario es 0 V.

■ **Manchester:** Cada 1 binario es representado por $\frac{1}{2}$ período de bit positivo y $\frac{1}{2}$ período de bit negativo. Para el 0 binario es inverso.

¿Qué queremos de los códigos de línea?

■ **Autosincronización:** Se puede extraer de la misma señal la sincronización de bit.

■ **Baja BER:** Existen ventajas de un codificador a otro cuando se recupera la señal luego de haber sido afectada por el ruido o por interferencia de símbolos consecutivos.

■ **Espectro ajustado al canal:** Si no tiene valores de tensión continua (DC), no hará falta la frecuencia 0[Hz]. Si el ancho de banda es menor al del canal, la interferencia entre símbolos consecutivos será menor.

■ **Ancho de banda:** El mínimo posible.

■ **Capacidad de detección de errores:** Mediante codificadores y decodificadores de canal.

■ **Transparencia:** Que no se envíen caracteres de control en el mismo Canal que el de datos, o cuando una secuencia lleva a la pérdida de clock.

Codificación Diferencial

Suele suceder que se pierda el sincronismo en la recepción, entonces para evitar la pérdida de datos, se utiliza la codificación diferencial.

Diagrama de Ojo

Las señales se deforman luego de ser transmitidas, por ende en el diagrama de ojo se puede observar:

- El error de timing (o de sincronización) que se puede tolerar en el receptor, se da para el ancho interior del ojo.

- La sensibilidad, que se da por la pendiente del ojo, en el cruce por cero.
- Y el margen de ruido, que está dado por la altura de la apertura del ojo.

Repetidores regenerativos

Las señales PCM, cuando son transmitidas por cable, sufren atenuación, son filtradas y alteradas por el ruido. Para mejorar la calidad de la señal en el receptor, deben usarse Repetidores Regenerativos en el camino, los cuales amplifican y limpian la señal en el camino. A pesar de esta regeneración de señal, el circuito se puede confundir, provocando un error de bit.

Suponga que los repetidores están separados de tal manera que cada uno tiene la misma probabilidad de error de bit, P_e , y que existen m repetidores en el sistema, incluyendo el receptor final. Entonces, para m repetidores en cascada, la probabilidad de error de bit general, P_{me} .

$$P_{me} \approx mP_e$$

Con P_e = probabilidad de error en sólo uno de los regeneradores (o repetidor).

Sincronización de bit

El circuito regenerador como el receptor necesitan sincronización de bit. Las señales recibidas tienen sincronización con el reloj de bit recibido, que ha sufrido un retardo respecto del reloj transmitido. Hacen falta 3 tipos de sincronismo: De bit, De frame y De Portadora para poder decodificar una señal.

La sincronización de bit se obtiene debido a que existen 1s y 0s alternados.

Espectro de la señal multinivel

Las señales multinivel tienen menor ancho de banda que las señales binarias.

Recordemos que L indica la cantidad de códigos para ℓ bits:

$$L = 2^\ell$$

Por ende la velocidad en Baudios será:

$$D = \frac{R}{\ell} [\text{Baudios}]$$

La eficiencia espectral es la medida de cuántos bits/s de datos se pueden enviar por cada Hertz de ancho de banda que se ocupe:

$$\eta = \frac{R}{B} [\text{bits/s / Hz}]$$

Siendo B el ancho de banda y R la velocidad en bits/s.

El objetivo de ingeniería es maximizar la cantidad de datos por unidad de tiempo minimizando el uso de ancho de banda.

Interferencia Intersímbolo

La velocidad máxima en baudios que puede soportar un sistema con coseno realzado es:

$$D = \frac{2 * B}{1 + r} [\text{Baudios}]$$

Con B el ancho de banda absoluto y r el factor de roll-off.

Sistemas de modulación digital

Las señales moduladas digitales son generadas por envolventes complejas para AM, PM, FM o QM (modulación en cuadratura).

Las señalizaciones más comunes son:

■ **OOK: Modulación de encendido – apagado**, también llamada la modulación por corrimiento de amplitud (**ASK**). Consiste en encender y apagar una portadora siguiendo la señal modulante.

• Si se usa filtrado con coseno realzado y rolloff r , el ancho de banda de la señal resultante se relaciona con el Bit Rate como:

$$B = \frac{1}{2} (1 + r) R$$

• Usando $R=1/T$ como bit rate, el ancho de banda desde un nulo al siguiente es $2R$.

• Finalmente, el ancho de banda de transmisión absoluta queda:

$$B = (1 + r) R$$

■ **ASK: Amplitude Shift Keying:**

• El 1 y el 0 digital se codifican con amplitudes diferentes.
• El ruido afecta de forma similar a las señales AM.

■ **FSK: Frequency Shift Keying:**

Modulación por corrimiento de frecuencia.

• El 1 y el 0 digital se codifican con frecuencias diferentes
• El ruido afecta poco, de forma similar a las señales FM
• Ocupan mayor ancho de banda.
• Mayores tasas de transmisión.
• El ancho de banda de transmisión por FSK es:

$$B_T = 2 (\Delta F + R)$$

• Si se usa un filtro de premodulación de coseno realzado:

$$B_T = 2\Delta F + (1 + r) R$$

Donde R es el Bit Rate, r es el Rolloff y ΔF es la desviación peak de frecuencia.

■ **BPSK:** Modulación por corrimiento de fase binaria.

La señal BPSK se representa como:

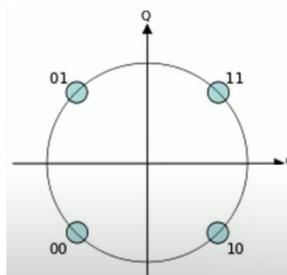
$$s(t) = A_c \cos [w_c t + D_p m(t)]$$

Donde $m(t)$ es una señal polar, rectangular con máximos 1 y -1.

El primer término es la portadora y el segundo, los datos.

Modulaciones Digitales Avanzadas

■ **QPSK: Quadrature Phase Shift Keying** Emplea 4 fases distintas (2 bits por símbolo).



Para un transmisor donde la entrada es $M=4$ niveles, entonces a la salida se generan 4 puntos que corresponden a la modulante compleja:

$$g(t) = A_c e^{j\theta(t)}$$

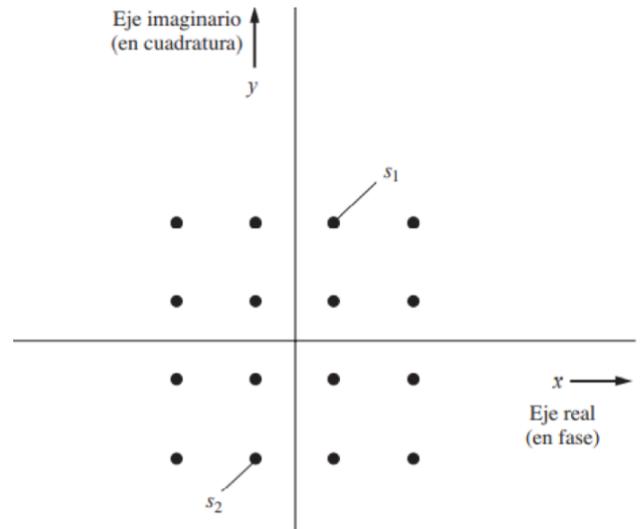
Por ejemplo, si los valores a la salida del DAC son -3, -1, +1 y +3V, entonces esto corresponderá a las fases $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ$ y 270° .

■ **QAM: Quadrature Amplitude Modulation**

Características:

- Emplea dos señales portadoras de la misma frecuencia desplazadas 90° .
- Transmite los bits modificando la amplitud de las dos portadoras.
- No tienen la restricción de tener puntos sobre un círculo, sino que pueden ocupar puntos con distinto radio.

Para un $M=16$, se tiene la siguiente constelación (16QAM).



El ancho de banda desde un nulo al siguiente es:

$$B_T = \frac{2 * R}{\ell} \text{ [Hz]}$$

Y la eficiencia espectral para QAM es de:

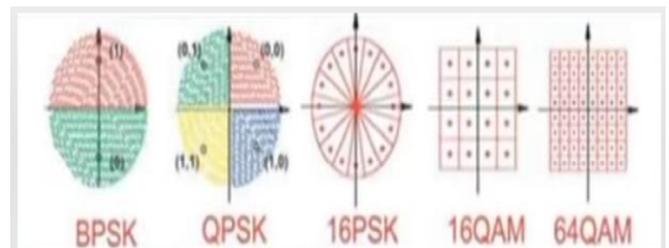
$$\eta = \frac{\ell \left[\frac{\text{bits}}{\text{s}} \right]}{2 \text{ [Hz]}}$$

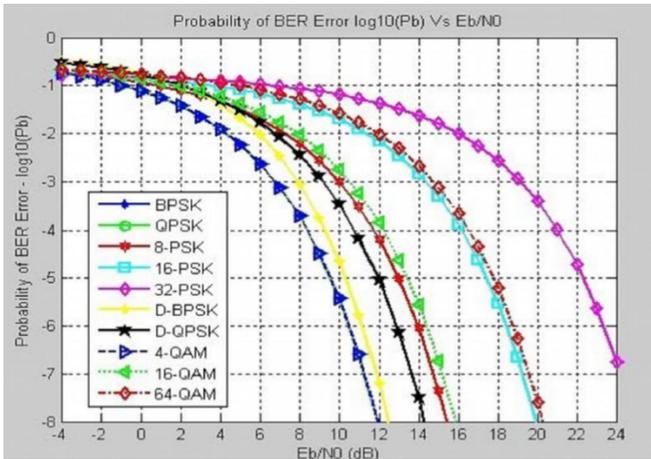
Si ahora queremos transmitir la señal en un canal de banda limitada, el pulso rectangular no se va a poder utilizar. En efecto, debemos minimizar el ISI.

$$B = \frac{1}{2} (1 + r) * D \text{ [Hz]}$$

Entonces el ancho de banda total para QAM, se obtiene con la siguiente formula:

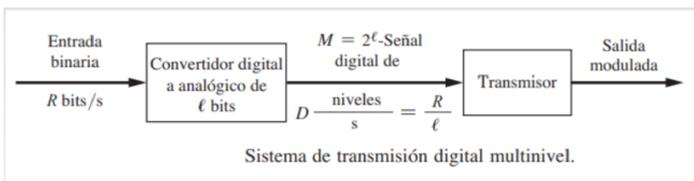
$$B = \left(\frac{1+R}{\ell} \right) * R \text{ [Hz]}$$





Señalización multinivel modulada pasa banda

Con este método, las entradas digitales con más de 2 niveles de modulación son admitidas a la entrada del transmisor.



Finalmente, la máxima cantidad de símbolos va a estar dada por la relación señal a ruido del canal.

$$\eta_{\max} = \log_2 \left(1 + \frac{S}{N} \right)$$

Espectro expandido

Hay varios tipos de Espectro Expandido (Spread Spectrum, SS).

Debe cumplir los criterios:

- El ancho de banda de la señal transmitida debe ser mucho mayor al del mensaje
- La señal de banda ancha debe ser generada por una forma de onda modulante independiente, llamada señal de spreading, y debe ser conocida por el receptor.

Por otro lado, podemos clasificar el Espectro Expandido en:

- **Secuencia Directa (DS):** Se genera DBLPS*, con una señal polar NRZ como portadora $c(t)$. (Es decir $g_c(t)=c(t)$).
- **Salto en Frecuencia (FH, Frequency Hopping):** $g_c(t)$ es del tipo FM, y denominamos $M=2^k$ frecuencias de salto determinada por palabras de k bits obtenidas de la forma de onda de spreading.
- **Técnicas Híbridas, incluyendo DS y FH.**

¿Qué tanto se expande el ancho de banda?

El ancho de banda expandido es debido a la secuencia de pseudoruido y no a la señal envolvente. Al ser ambas señales rectangulares, $m(t)$ y $c(t)$ tienen el mismo tipo de espectro, $\text{sinc}(x)^2$, donde el ancho de banda de $c(t)$ es mucho mayor que $m(t)$.

Esto es, el rate de chips $R_c = 1/T_c$ es mucho mayor que el rate de bits $R_b = 1/T_b$.

El ancho de banda $B_T = \frac{R_c}{R_b}$

Las técnicas de Spread Spectrum permiten también utilizar la misma banda con múltiples usuarios teniendo mínima interferencia, usando CDMA.

Esto supone que cada usuario tiene asignado un código de expansión distinto y ortogonal, de tal manera de que la correlación sea nula.

La otra técnica de Spread Spectrum se denomina Frequency Hopping (salto de frecuencia) y logra la expansión alterando constantemente la frecuencia de la portadora.

Errores de bit

Las dos consideraciones primarias en el diseño de un sistema de comunicaciones son las siguientes:

1. **La performance (o rendimiento)** de un sistema cuando es corrompido por el ruido

- En sistemas analógicos es la SNR directamente.

- En sistemas Digitales, es la probabilidad de error de la señal a la salida.

2. **El ancho de banda** que es requerido para la transmisión de una señal.

No todos los sistemas son óptimos para la transmisión.

Los sistemas de comunicación tienen otras restricciones (costo) que no justifican una gran complejidad en el transmisor o en el receptor.

Vamos a desarrollar una técnica para evaluar la probabilidad de error de bit, llamada BER (Bit Error Rate).

Si suponemos que T es el tiempo para transmitir 1 bit de datos,

La señal transmitida sobre un intervalo de bit $(0, T)$ es

$$s(t) = \begin{cases} s_1(t), & 0 < t \leq T, \text{ para un 1 binario} \\ s_2(t), & 0 < t \leq T, \text{ para un 0 binario} \end{cases}$$

donde $s_1(t)$ es la forma de onda que se usa si se transmite un 1 binario y $s_2(t)$ la forma de onda que se emplea si se transmite un 0 binario. Si $s_1(t) = -s_2(t)$, entonces $s(t)$ se conoce como señal antípoda.

La señal más el ruido en el receptor produce una forma de onda analógica:

$$r_0(t) = \begin{cases} r_{01}(t), & 0 < t \leq T, \text{ para un 1 binario enviado} \\ r_{02}(t), & 0 < t \leq T, \text{ para un 0 binario enviado} \end{cases}$$

La señal recibida es muestreada en un instante determinado t_0 .

Ahora, $r_0(t_0)$ representa una variable aleatoria con distribución continua, porque el canal fue arruinado con ruido.

Estas PDFs (Probability Density Function) son condicionales, dependen de que un 1 o un 0 sea transmitido.

Definimos un umbral llamado V_T : si la señal está por debajo del umbral, consideramos un 0 transmitido, mientras que si está por encima, se considera un 1.

Cómo se confunde un receptor?

Un error ocurre cuando se la señal r_0 es menor a V_T , y había sido transmitido un 1.

$$P(\text{error} | s_1 \text{ sent}) = \int_{-\infty}^{V_T} f(r_0 | s_1) dr_0$$

Entonces el BER es:

$$P_e = P(\text{error} | s_1 \text{ sent})P(s_1 \text{ sent}) + P(\text{error} | s_2 \text{ sent})P(s_2 \text{ sent})$$

Y las estadísticas de enviar un 1 o un 0 suelen tomarse como equiprobables.

$$P(\text{binary 1 sent}) = P(s_1 \text{ sent}) = \frac{1}{2}$$

$$P(\text{binary 0 sent}) = P(s_2 \text{ sent}) = \frac{1}{2}$$

A partir de este punto se considerarán estos valores de probabilidad.